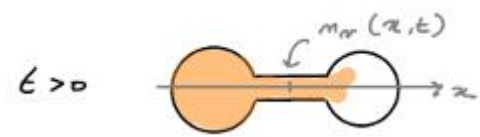


Exemple d'une diffusion unidirectionnelle



Bilan de particules sur un volume élémentaire

$$\frac{dN}{dt} = j_N(x)S - j_N(x+dx)S = -\frac{\partial j_N}{\partial x} S dx$$

Loi de Fick

$$j_N = -D \frac{\partial n_v}{\partial x}$$

Équation de diffusion

Généralisation, à trois dimensions

$$\frac{\partial n_v}{\partial t} = D \Delta n_v + \sigma_{\text{création}}$$

Équation de la diffusion de particules

$$\frac{\partial n_v}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n_v}{\partial x^2}$$

Irréversibilité : Changer t en $-t$ dans l'équation de diffusion modifie celle-ci, le phénomène de diffusion est fondamentalement **irréversible**.

Ordre de grandeur de la distance de diffusion

$$L \sim \sqrt{D\tau}$$

Ordre de grandeur du temps de diffusion

$$\tau \sim \frac{L^2}{D}$$

En régime stationnaire

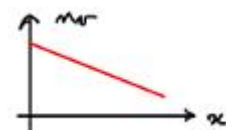
$$\frac{\partial n_v}{\partial t} = 0 \text{ soit } \frac{\partial^2 n_v}{\partial x^2} = 0$$

Intégration

$$\frac{\partial n_v}{\partial x} = Cte = -\frac{j_N}{D}$$

Profil

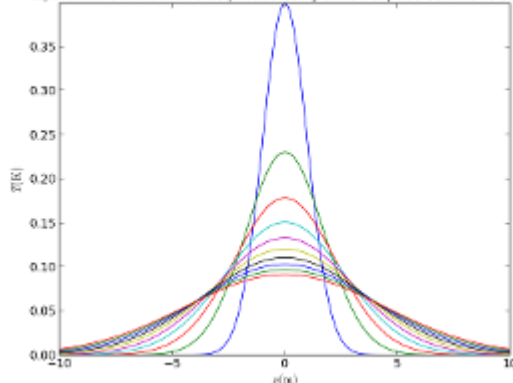
$$n_v = -\frac{j_N}{D}x + n_v(0)$$



Une analyse statistique suggère la solution :

$$n_v = \frac{Cte}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

Repartition de la densité de particules n_v dans l'espace et dans le temps



Système unidimensionnel, sans terme de production

Diffusion de particules

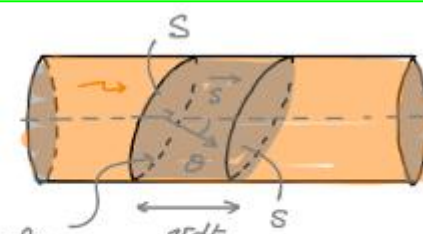
Les différents modes de transfert de masse

Advection : déplacement de matière (on parle de convection lorsque cela se produit sous l'effet d'un gradient)

Diffusion de particules : migration de matière tendant à uniformiser les concentrations

Flux de particules

Particules en mouvement



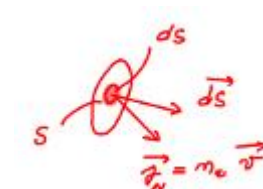
Volume dV de particules, traversant S pendant dt

Vecteur densité de flux de particules $\vec{j}_N = n_v \vec{v}$

Densité volumique de particules n_v

Flux de particules à travers une surface orientée

$$\phi_N = \frac{\delta N}{dt} = \iint_S \vec{j}_N \cdot d\vec{S}$$



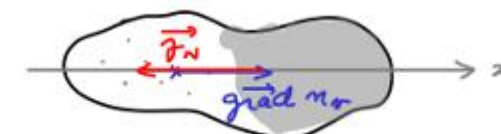
Vecteur densité de flux uniforme

$$\phi_N = \vec{j}_N \cdot \vec{S}$$

La diffusion thermique se fait des endroits les plus concentrés vers les endroits les moins concentrés.

Loi de Fick

$$\vec{j}_N = -D \text{grad} n_v$$

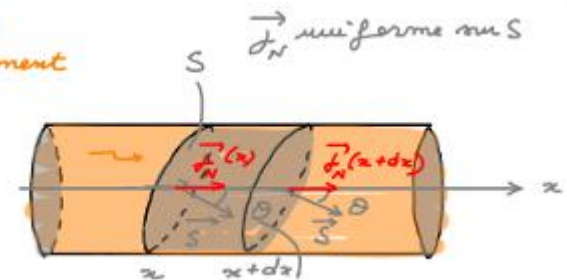


Coefficient de diffusion de particules D Unité $m^2 \cdot s^{-1}$

Bilan de particules

$$N(t+dt) - N(t) = \phi_{N,\text{entrant}} dt - \phi_{N,\text{sortant}} dt + \Sigma_{\text{création}} dt$$

Particules en mouvement



Taux de création de particules par unité de temps $\Sigma_{\text{création}}$

Bilan de particules sur un volume

$$\frac{dN}{dt} = \phi_{N,\text{entrant}} - \phi_{N,\text{sortant}} + \Sigma_{\text{création}}$$

Équation locale de conservation de la matière

$$\frac{\partial n_v}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_N = \sigma_{\text{création}}$$

Densité volumique de particules n_v

Taux de création de particules par unité de temps **et de volume** $\sigma_{\text{création}}$