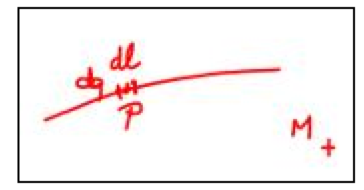
Champ électrique en régime stationnaire

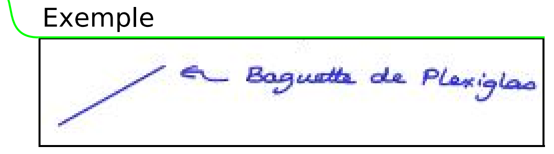
- Champ électrique
  - Il est généré par la présence de **charges électriques**.

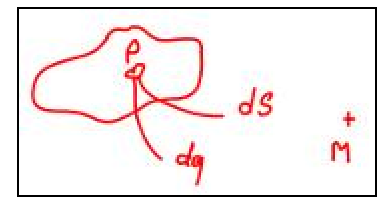
    - Une charge électrique est quantifiée
      $e \simeq 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
    - **Loi de Coulomb** entre deux charges ponctuelles
      $\vec{F}_{q_A \to q_B} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \dfrac{q_A\, q_B}{AB^2}\, \vec{u}_{AB}$
    - Permittivité diélectrique du vide
      $\epsilon_0 \simeq \dfrac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F.m^{-1}
  - Une charge électrique génère autour d'elle un **champ électrique** tel que si une autre charge était plongée dans ce champ, elle subirait une force électrique :
    $\vec{F}_e = q\vec{E}$
  - **Théorème de superposition**
    $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$
- Distribution de charge
  - **Distribution linéïque**
    $\lambda = \dfrac{dq}{d\ell}$

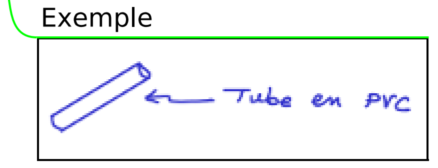
    - Exemple

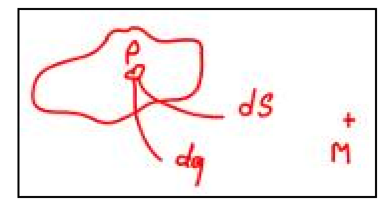
  - **Distribution surfacique**
    $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$

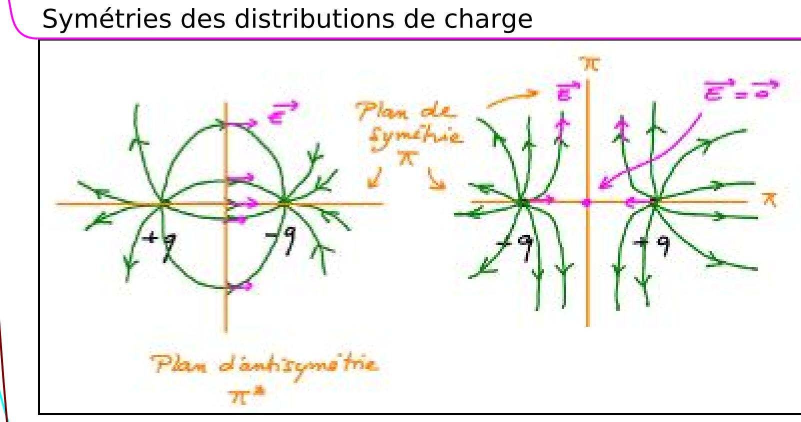
    - Exemple

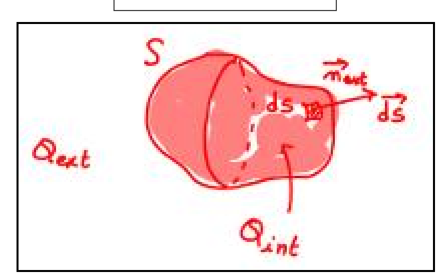
  - **Distribution volumique**
    $\rho = \dfrac{dq}{dV}$

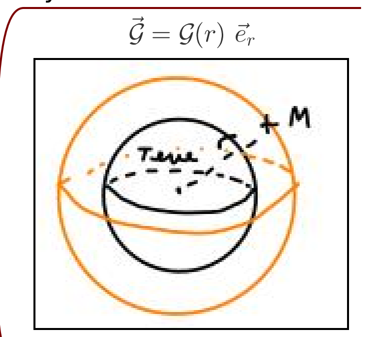
- Symétries des distributions de charge

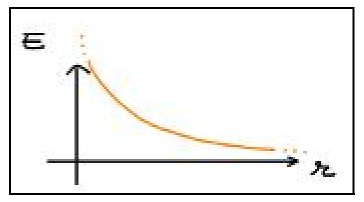
  - Constatations
    $\vec{E} \in \Pi$
    $\vec{E} \perp \Pi^*$
  - **L'intersection des plans de symétrie de la distribution de charge qui passent par M donne la direction du champ électrique.**
  - **Un plan d'antisymétrie de la distribution de charge qui passe par M indique que le champ électrique lui est orthogonal.**
- Invariances
  - **Une invariance de la distribution de charge selon une coordonnée engendre une indépendance de la norme du champ électrique selon cette coordonnée.**
- **Théorème de Gauss :** le <u>flux sortant</u> du champ électrique au travers d'une <u>surface fermée</u> est proportionnel à la charge électrique totale <u>intérieure</u>.
  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$

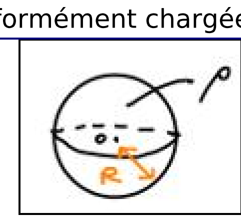
- **Théorème de Gauss pour le champ de gravitation :** le <u>flux sortant</u> du champ gravitationnel au travers d'une <u>surface fermée</u> est proportionnel à la masse totale <u>intérieure</u>.
  $\oint_S \vec{\mathcal{G}} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{\text{int}}$
  - **Champ gravitationnel**
    $\vec{\mathcal{G}} = \dfrac{\vec{F}_g}{m}$
  - Constante gravitationnelle
    $G \simeq 6{,}67 \times 10^{-11}$ usi
  - Exemple de la Terre
    - Symétries et invariances
      $\vec{\mathcal{G}} = \mathcal{G}(r)\, \vec{e}_r$

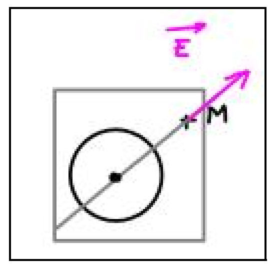
    - Théorème de Gauss
      $\vec{\mathcal{G}} = -\dfrac{GM_T}{r^2}\, \vec{e}_r$
- Exemples
  - Charge ponctuelle
    - Symétries et invariances
      $\vec{E} = E(r)\, \vec{e}_r$
      - Surface de Gauss sphérique
    - Théorème de Gauss
      $4\pi r^2 \cdot E(r) = \dfrac{q}{\epsilon_0}$
      - Expression du champ électrique
        $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \dfrac{q}{r^2}\, \vec{e}_r$

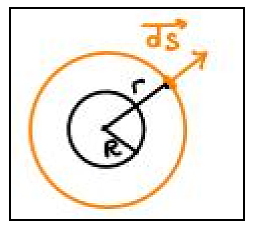
    - Le champ infini en $r=0$ est dû à la modélisation ponctuelle de la charge.
  - Sphère uniformément chargée en volume

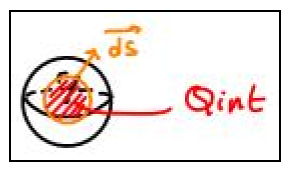
    - Symétries et invariances
      $\vec{E} = E(r)\, \vec{e}_r$

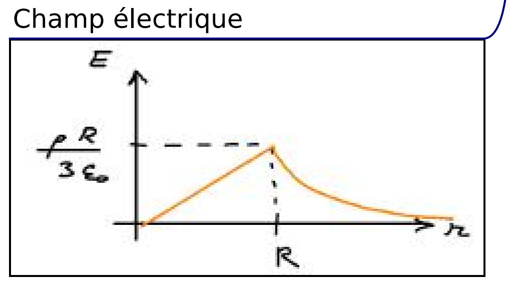
      - Surface de Gauss sphérique
    - Théorème de Gauss
      - Cas $r>R$
        $4\pi r^2 \cdot E(r) = \dfrac{\rho\, 4/3\, \pi R^3}{\epsilon_0}$

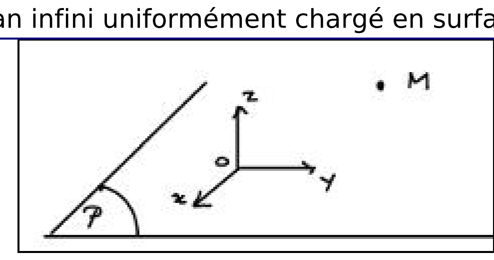
        - Expression du champ électrique
          $\vec{E} = \dfrac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}\, \vec{e}_r$
      - Cas $r<R$
        $4\pi r^2 \cdot E(r) = \dfrac{\rho\, 4/3\, \pi r^3}{\epsilon_0}$

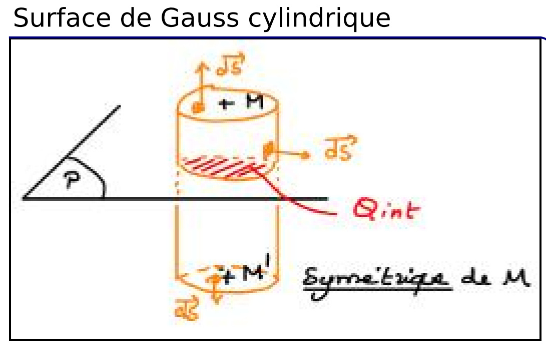
        - Expression du champ électrique
          $\vec{E} = \dfrac{\rho r}{3\epsilon_0}\, \vec{e}_r$
      - Champ électrique

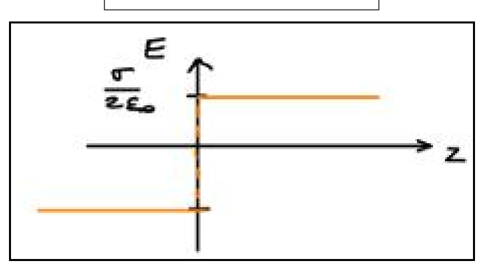
    - Le champ n'est plus infini en $r=0$ du fait de la modélisation volumique.
  - Plan infini uniformément chargé en surface

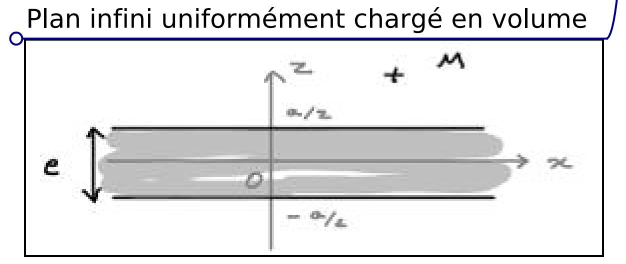
    - Symétries et invariances
      $\vec{E} = E(z)\, \vec{e}_z$
      - Surface de Gauss cylindrique

      - On la prolonge jusqu'à un point M' <u>symétrique</u> de M.
    - Théorème de Gauss
      $2 \cdot ES = \dfrac{\sigma S}{\epsilon_0}$
      - Expression du champ électrique
        $\vec{E} = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \text{signe}(z) \cdot \vec{e}_z$

    - La discontinuité en $z=0$ est dû à la modélisation surfacique.
  - Plan infini uniformément chargé en volume

- **Pour passer d'une distribution à une autre, il faut exprimer la charge considérée de deux façon :**
  $Q = \sigma S = \rho V$