

Les courants ne dépendent pas de l'angle rotorique.

$$\Gamma_{em} = \frac{\partial \mathcal{E}_{em}}{\partial \theta_r}$$

Calcul de l'énergie électromagnétique

$$\mathcal{E}_{em} = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu} dV \approx \iiint_{Entrefier} \frac{B^2}{2\mu_0} dV = \iiint_{Entrefier} \frac{(\vec{B}_s + \vec{B}_r)^2}{2\mu_0} dV$$

$$\mathcal{E}_{em} = \frac{V}{4\mu_0} (K_r^2 I_r^2 + K_s^2 I_s^2 + 2K_r K_s I_r I_s \cos(\omega t - \theta_r)) \text{ avec } V = 2\pi R e h \text{ le volume de l'entrefier}$$

Calcul du couple

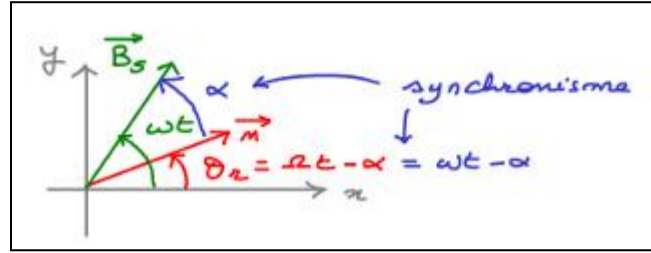
$$\Gamma_{em} = \frac{\partial \mathcal{E}_{em}}{\partial \theta_r}$$

$$\Gamma_{em} = \phi_0 I_s \sin(\omega t - \theta_r) \text{ avec } \phi_0 = \frac{VK_r K_s I_r}{2\mu_0}$$

Condition de synchronisme

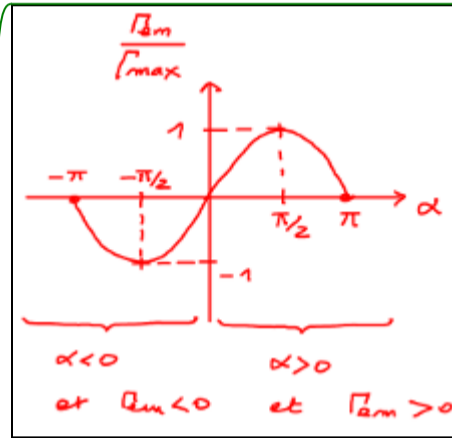
$$\langle \Gamma_{em} \rangle = 0 \text{ sauf si } \omega = \Omega$$

$$\Gamma_{em} = \phi_0 I_s \sin(\alpha) = \langle \Gamma_{em} \rangle$$



Le rotor tourne à la même vitesse que le champ glissant.

Rôle de l'angle alpha



Modes de fonctionnement

alpha > 0 : moteur synchrone  
alpha < 0 : alternateur

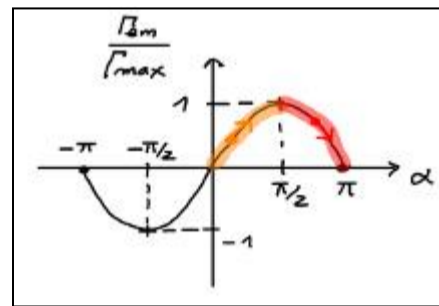
En régime permanent

$$\theta_r = \Omega t - \alpha$$

$$\Gamma_{em} = \phi_0 I_s \sin((\omega - \Omega)t + \alpha)$$

Stabilité du fonctionnement en moteur synchrone

alpha in ]0, pi/2[ : alpha /> Gamma\_em /> alpha \ : zone de stabilité  
alpha in ]pi/2, pi[ : alpha /> Gamma\_em \> alpha / : zone de décrochage



Utiliser un dispositif annexe pour lancer le rotor à Omega approx omega

Faire croître progressivement omega pour avoir à tout instant Omega approx omega

Démarrage d'un moteur synchrone

$$\Gamma_{em}(\alpha = 0) = 0$$

On se place dans le cas où la condition de synchronisme est réalisée.

$$\Omega = \omega \text{ et donc } \alpha = Cte$$

Le rotor est parcouru par un courant constant et il tourne en suivant le champ magnétique statorique, il n'est donc le siège d'aucun phénomène d'induction.

$$U_r = r I_r$$

<< Inducteur >>

Le stator est le siège de phénomènes d'induction.

<< Induit >>

On considère deux phases identiques.

Forces contre-électromotrices d'induction

$$e'_1 = \frac{d\phi_{r-1}}{dt} = -\omega \phi_0 \cos(\omega t - \alpha)$$

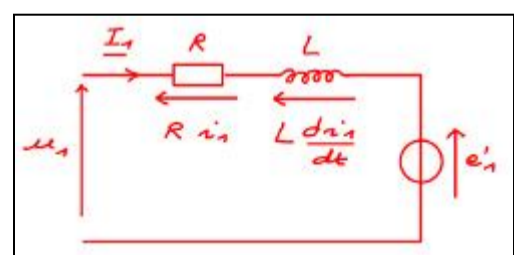
$$e'_2 = \frac{d\phi_{r-2}}{dt} = -\omega \phi_0 \sin(\omega t - \alpha)$$

$$u_1 = R i_1 + \frac{d}{dt}(\phi_{p1} + \phi_{r-1} + \phi_{2-1})$$

$$\phi_{p1} = L i_1, \phi_{2-1} = 0 \text{ (circuits orthogonaux) et } \frac{d\phi_{r-1}}{dt} = -e'_1 = e'_1$$

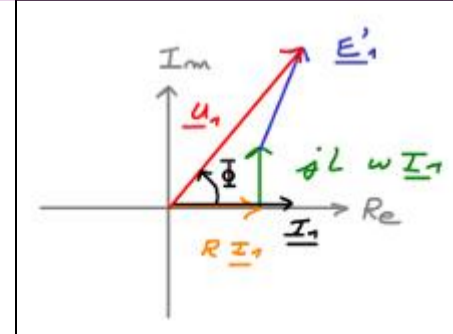
$$u_1 = R i_1 + L \frac{di_1}{dt} + e'_1$$

$$u_2 = R i_2 + L \frac{di_2}{dt} + e'_2$$



Équations électriques

Représentations de Fresnel de la première phase



Équations complexes

$$\underline{U}_1 = R \underline{I}_1 + jL\omega \underline{I}_1 + \underline{E}'_1$$

$$\underline{U}_2 = R \underline{I}_2 + jL\omega \underline{I}_2 + \underline{E}'_2$$

La représentation pour la seconde phase est identique.

La puissance électrique reçue est dissipée par effet Joule (pertes cuivre) et absorbée par les f.c.e.m d'induction pour fournir la puissance motrice.

$$U_r = r I_r \rightarrow \times I_r$$

$$u_1 = R i_1 + L \frac{di_1}{dt} + e'_1 \rightarrow \times i_1$$

$$u_2 = R i_2 + L \frac{di_2}{dt} + e'_2 \rightarrow \times i_2$$

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 + U_r I_r = R(i_1^2 + i_2^2) + r I_r^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i_1^2 + \frac{1}{2} L i_2^2 \right) + e'_1 i_1 + e'_2 i_2$$

$$p_e = p_J + p_{em} \text{ avec } p_{em} = \omega \Gamma_{em} = p_m$$

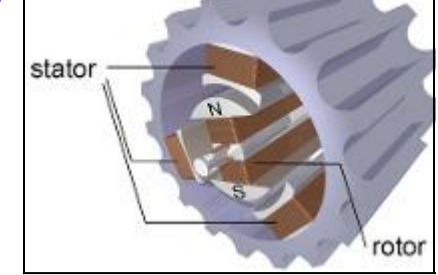
Fonctionnement en alternateur

$$\Gamma_{em} < 0$$

Aspects énergétiques

Machine synchrone

Structure d'un moteur synchrone



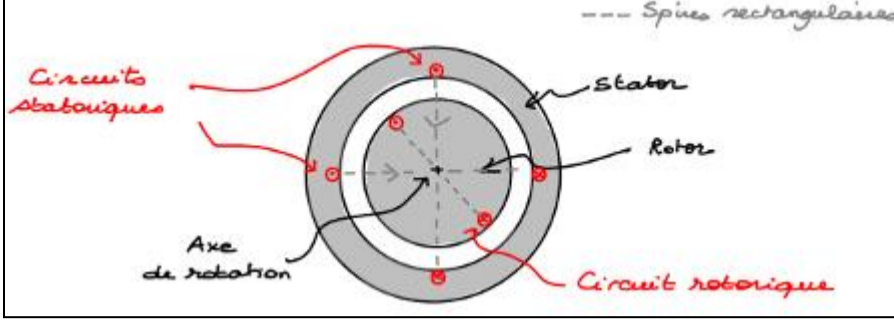
Stator (partie fixe) alimenté par des courants sinusoïdaux

Rotor (partie mobile) alimenté par un courant continu

Entrefier (espace entre les deux)

Fonctionnement réversible (moteur ou alternateur)

Modèle



Milieux LHI idéaux

$$\mu_r \rightarrow \infty$$

Entrefier constant, de faible épaisseur

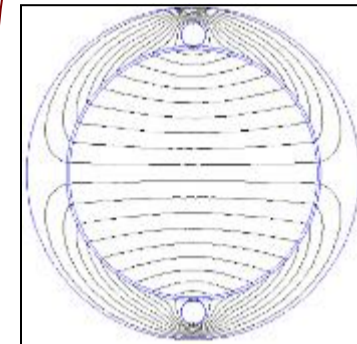
$$e \ll R$$

Effets de bord négligés

$$h \gg R$$

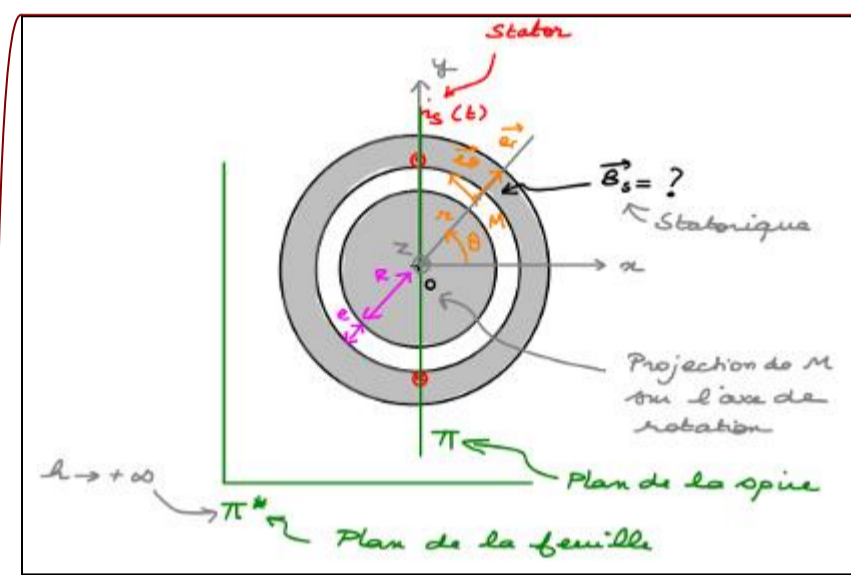
Symétries et invariances

$$\vec{B}_s = B_s(\theta) \vec{e}_r$$



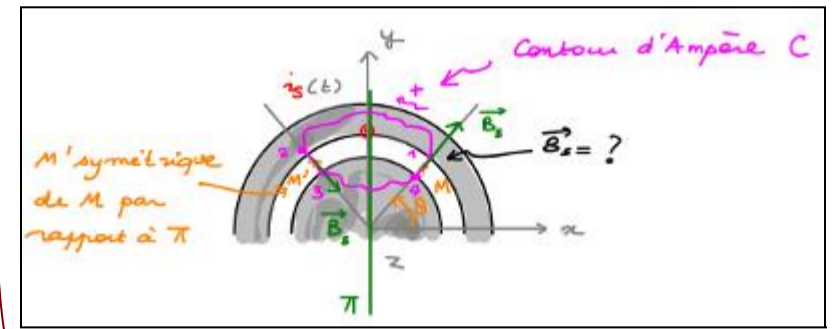
Contour d'Ampère radial dans l'entrefier

Champ magnétique créé dans l'entrefier par une spire



Théorème d'Ampère généralisé

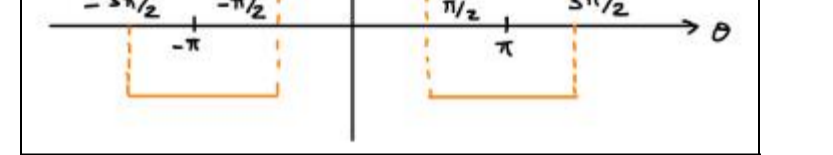
$$0 + \frac{B_s}{\mu_0} e + 0 + \frac{B_s}{\mu_0} e = i_s$$



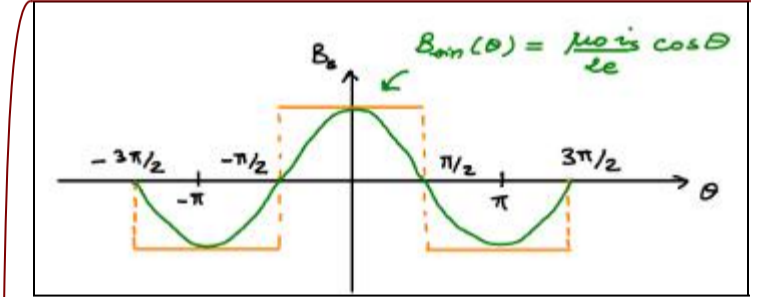
Structure du champ dans l'entrefier

$$B_s = \frac{\mu_0 i_s}{2e} \text{ pour } \theta \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$$

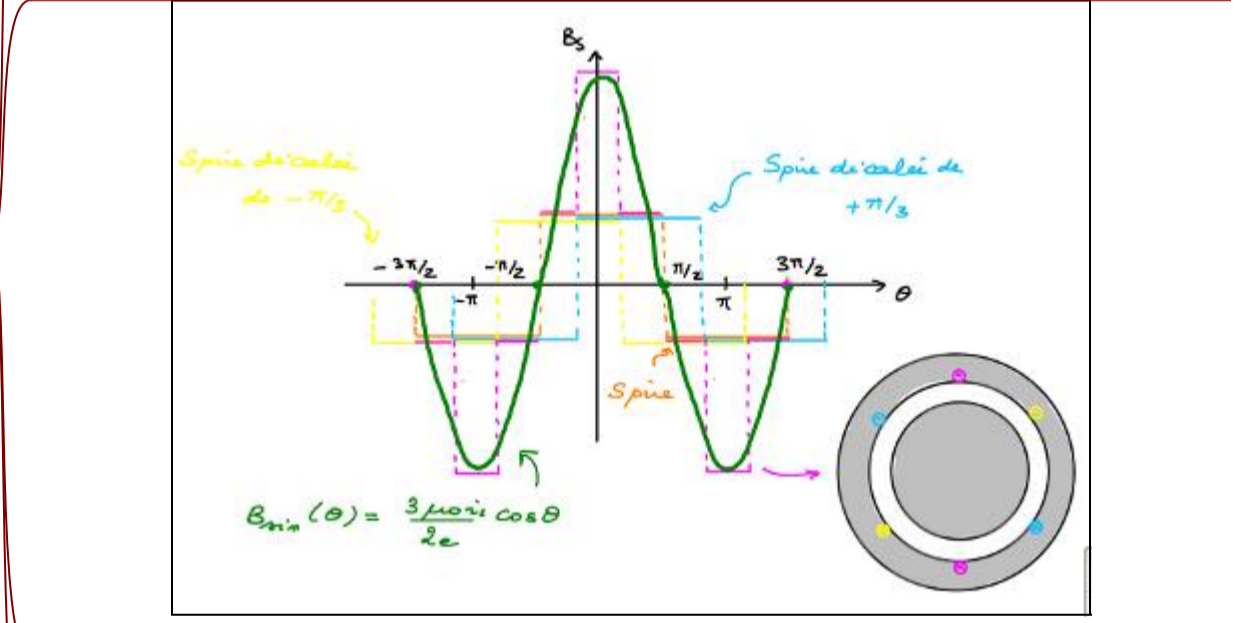
$$B_s = -\frac{\mu_0 i_s}{2e} \text{ pour } \theta \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$$



L'objectif est de s'approcher d'une variation sinusoïdale.



On s'en approche en multipliant les spires, décalées entre elles d'un même angle (ci-dessous avec 3 spires).



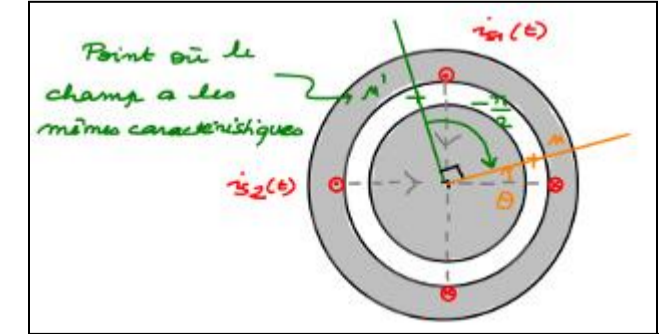
Cet ensemble de spires, parcourues par un même courant, est appelé phase.

$$\vec{B}_{phase} \approx K_s i_s \cos \theta \vec{e}_r$$

Une phase sera schématiquement représentée par une seule spire.

Cas de deux phases statoriques décalées à angle droit

$$\vec{B}_s = \vec{B}_{s1} + \vec{B}_{s2} = K_s i_{s1} \cos \theta \vec{e}_r + K_s i_{s2} \cos(\theta - \pi/2) \vec{e}_r$$



On impose des courants en quadrature.

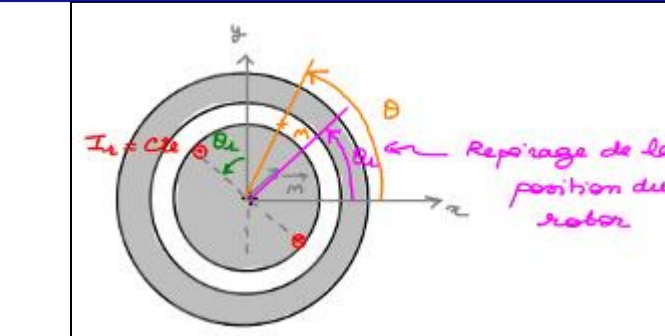
$$i_{s1}(t) = I_s \cos(\omega t) \text{ et } i_{s2}(t) = I_s \sin(\omega t)$$

On obtient un champ glissant.

$$\text{Soit } \vec{B}_s \approx K_s I_s \cos(\omega t - \theta) \vec{e}_r$$

On parle de moteur diphasé.

Le bobinage rotorique a la même structure qu'une phase statorique.



On impose un courant constant.

$$I_r = Cte$$

On obtient un champ de la forme :

$$\vec{B}_r \approx K_r I_r \cos(\theta - \theta_r) \vec{e}_r$$