Puissance électrique en régime variable

Régime sinusoïdal

Grandeurs complexes

$u = U\cos(\omega t+\varphi) \leftrightarrow \underline{u} = U\mathrm{e}^{j(\omega t+\varphi)} = \underline{U}\mathrm{e}^{j\omega t}$ avec $\underline{U} = U\mathrm{e}^{j\varphi}$

Impédance

$\underline{Z} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{i}}$

- Condensateur: $\underline{Z}_C = \dfrac{1}{jC\omega}$
- Bobine: $\underline{Z}_L = jL\omega$
- Résistance: $\underline{Z}_R = R$
- Généralisation: $\boxed{\underline{Z} = R + jX}$
  - **Résistance**: R
  - **Réactance**: X
- Module et argument:

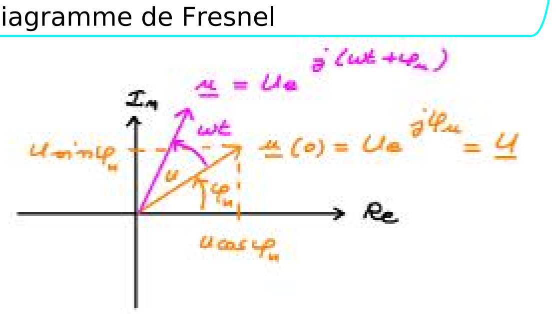
$$\boxed{\begin{array}{l}\arg(\underline{Z}) = \varphi_u - \varphi_i = \varphi \\ |\underline{Z}| = \dfrac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \dfrac{\mathcal{R}e(\underline{Z})}{\cos\varphi} = \dfrac{\mathcal{I}m(\underline{Z})}{\sin\varphi}\end{array}}$$

Puissance moyenne

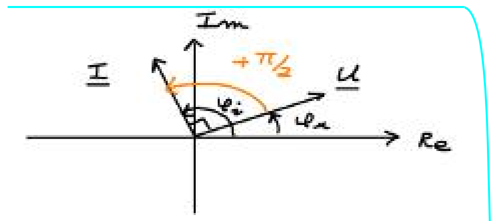
$\boxed{< p >= U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi = \mathcal{R}e(\underline{Z})\ I_{\text{eff}}^2}$

- **Facteur de puissance**: $\boxed{\cos\varphi = \cos(\varphi_u - \varphi_i)}$

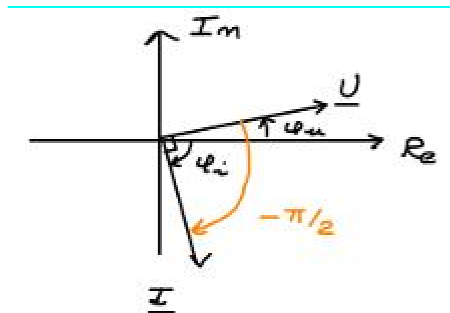
Diagramme de Fresnel



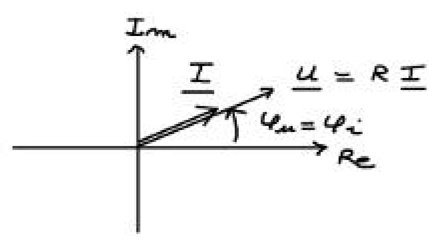
- Condensateur



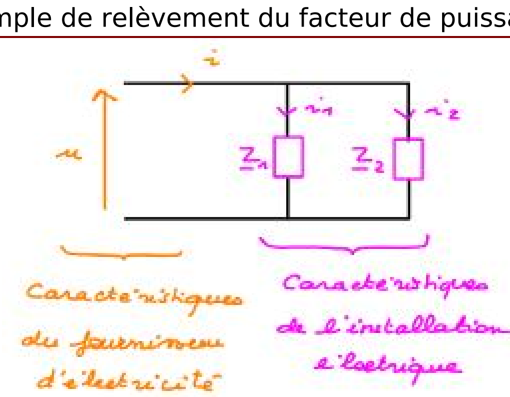
- Bobine



- Résistance



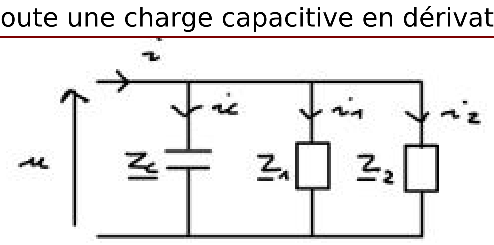
Exemple de relèvement du facteur de puissance



Pour une puissance nécessaire donnée, un facteur de puissance faible engendre un courant à fournir élevé : on cherche à **relever**
le facteur de puissance de l'installation.

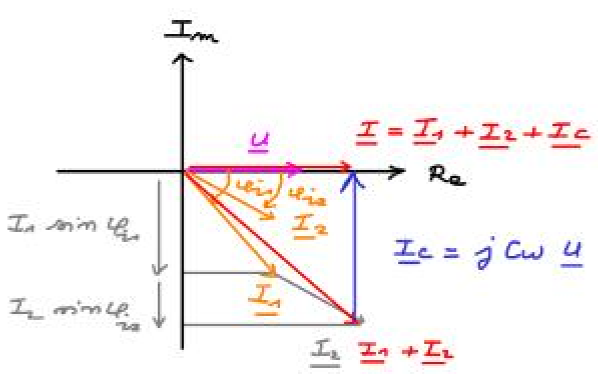
$\cos\varphi = \dfrac{p}{U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}}$

On ajoute une charge capacitive en dérivation.



Sa valeur permet le relèvement à une valeur proche de l'unité.

$-C\omega = \mathcal{I}m\left(\dfrac{1}{\underline{Z}_1}\right) + \mathcal{I}m\left(\dfrac{1}{\underline{Z}_2}\right)$



Signaux **périodiques**

Décomposition en série de Fourier

Valeur moyenne

$\boxed{< s(t) >= \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T s(t)\mathrm{d}t}$

- Signaux sinusoïdaux
  - $< \cos(\omega t+\varphi) >= 0$
  - $< \sin(\omega t+\varphi) >= 0$
- C'est la composante continue (fréquence nulle) de la DSF.
  - $a_0 =< s(t) >$

Valeur efficace

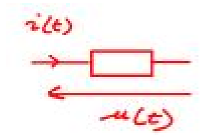
$\boxed{S_{\text{eff}} = \sqrt{< s(t)^2 >}}$

- Signaux sinusoïdaux
  - Si $s(t) = S\cos(\omega t+\varphi)$ alors $\boxed{S_{\text{eff}} = \dfrac{S}{\sqrt{2}}}$
  - $< \cos^2(\omega t+\varphi) >= 1/2$
  - $< \sin^2(\omega t+\varphi) >= 1/2$
- Pour un signal quelconque périodique
  - $S_{\text{eff}} = \sqrt{a_0^2 + \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)}$

Régime variable

Puissance reçue par un dipôle

$\boxed{p(t) = u(t)\ i(t)}$



Puissance moyenne

$\boxed{< p(t) >= \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u(t)\ i(t)\ \mathrm{d}t}$

- Condensateur
  - $p_C(t) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Cu_c^2(t)\right) = \dfrac{\mathrm{d}W_C(t)}{\mathrm{d}t}$
  - $< p_C(t) >= \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \mathrm{d}W_C(t) = 0$ (régime périodique)
  - $\boxed{< p_C(t) >= 0}$
- Bobine
  - $p_L(t) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Li^2(t)\right)$
  - $\boxed{< p_L(t) >= 0}$
- Résistance
  - $\boxed{< p_R(t) >= RI_{\text{eff}}^2 = \dfrac{U_{\text{eff}}^2}{R}}$